

Le mouvement brownien : une trajectoire hors du commun.

J.P. Rivet

*C.N.R.S., Laboratoire G.D. Cassini,
Observatoire de Nice, F-06304 Nice Cedex 04, France*

C. Barbachoux et F. Debbasch

*Laboratoire de Radioastronomie, E.N.S.,
24 rue Lhomond, F-75231 Paris Cedex 05, France*

Dans le Bulletin de l'A.D.I.O.N.
Octobre 1997

1 Introduction

L'Univers qui nous fascine est le plus gigantesque laboratoire mis à notre disposition, où toutes les branches de la physique se trouvent représentées. Rien d'étonnant donc, si l'histoire des sciences regorge d'anecdotes où les chemins tortueux et imprévisibles de la pensée scientifique passent, à un moment ou à un autre, par l'astronomie et les sciences de l'Univers. Parfois, le fil de la pensée et des concepts qui s'enchaînent, conduit l'astronome bien loin de ses coupoles, et l'entraîne dans des domaines fort inattendus, au cœur d'un moteur Diesel, par exemple, ou bien encore au plus profond des secrets intimes de la matière à l'échelle microscopique.

Le contraire se produit aussi : il arrive qu'un sujet de réflexion bien éloigné des préoccupations astronomiques conduise des esprits curieux, au fil des années, jusqu'aux confins glacés de l'Univers. C'est d'une telle histoire qu'il est question dans cet article : une histoire qui commence dans une goutte d'eau, pour déboucher, bien des années plus tard, sur les mystères de l'Univers primordial, une histoire qui commence sous un microscope en laiton du début du XIX^{ème} siècle, pour aboutir dans les entrailles d'un puissant calculateur de la fin du XX^{ème} siècle. C'est enfin l'histoire d'une notion subtile, échappée du laboratoire d'un botaniste écossais qui fit escale quelques 170 ans plus tard... dans les bureaux de l'Ecole Normale Supérieure et de l'Observatoire de Nice, après avoir parcouru une trajectoire hors du commun.

2 La genèse du concept

Nous sommes en 1827. La thermodynamique en est à ses premiers balbutiements, motivée par la nécessité de perfectionner et donc de comprendre les machines à vapeur. La théorie corpusculaire de la matière, même si elle semble déjà bien ancrée dans l'esprit des chimistes, ne l'est pas encore dans l'esprit des physiciens, et encore moins des botanistes. Les progrès de l'optique instrumentale ont fourni aux scientifiques des microscopes dont la qualité est suffisante pour permettre l'étude de nombreux micro-organismes. C'est sous l'un de ces microscopes que le botaniste écossais Robert Brown (1773-1858) installe une lamelle de verre, porteuse d'une petite goutte d'eau, dans laquelle il a dispersé des grains de pollen, objet principal de ses travaux. Il constate que ces grains sont animés d'un mouvement désordonné, incessant, qui semble de plus insensible aux conditions mécaniques externes [1]. Une phrase empruntée au physicien français Jean Perrin (1870-1942) décrit fort bien ce mouvement erratique :

“Ils vont et viennent en tournoyant, montent, descendent, remontent encore, sans tendre aucunement vers le repos.”

Ne trouvant aucune autre explication à ce phénomène, Robert Brown fut conduit à supposer que les grains de pollen avaient une motricité propre. L'histoire lui donnera tort, mais retiendra tout de même son nom : le phénomène sera baptisé “mouvement brownien”.

Il faudra attendre un demi siècle pour qu'en 1877, les physiciens Joseph Delsaux (1828-1891) et Ignace Carbonnelle (1829-1889) avancent l'hypothèse selon laquelle ce mouvement aléatoire des grains de pollen serait lié à l'agitation thermique des molécules constituant le fluide environnant. Le contexte scientifique était favorable. En effet, un large consensus s'était formé depuis plus de 20 ans autour de la vision moléculaire de la matière. De plus, les principes de la thermodynamique, qui avaient été dégagés entre 1824 et 1845 par S. Carnot, J. Joule et bien d'autres, firent germer, dès 1850, l'idée selon laquelle la chaleur ne serait autre que l'énergie mécanique des molécules en mouvement aléatoire. La théorie cinétique des gaz, visant précisément à décrire ce mouvement, vit le jour grâce à J.C. Maxwell et L. Boltzmann, aux alentours de 1860. Imprégnés de ces idées sur l'agitation thermique, Delsaux et Carbonnelle comprirent que le mouvement des grains de pollen (infiniment plus gros que des molécules) était dû au bombardement incessant qu'ils subissent de la part des innombrables molécules du fluide environnant, en proie à l'agitation thermique.

L'introduction de cette explication purement physique allait faire passer le mouvement brownien du rang de curiosité botanique au rang de phénomène physique à part entière, captivant ainsi l'attention minutieuse de nombreux expérimentateurs. Parmi eux, citons Louis-Georges Gouÿ (1854-1926), qui effectua entre 1887 et 1895 une étude expérimentale très détaillée [2], mon-

trant la dépendance du phénomène par rapport à la température, à la taille des grains et à la viscosité du fluide.

3 Les approches théoriques

Le XIX^{ème} siècle vieillissant dut céder la place à son jeune successeur sans avoir pu faire émerger une réelle théorie du mouvement brownien. Il fallut en effet attendre 1905 pour que soit publiée la subtile approche théorique d'Albert Einstein, qui consacra une série d'articles au mouvement brownien [3, 4]. Sa démarche faisait intervenir des arguments de thermodynamique mêlés à des considérations de théorie cinétique basées sur la notion de marche au hasard (la marche erratique qu'aurait un homme ivre choisissant à chaque instant de faire un pas dans une direction et un sens totalement aléatoire).

Indépendamment, et à peu près à la même époque, le physicien autrichien Maryan von Smoluchowski (1872-1917) publiera une autre étude théorique, purement cinétique, sans doute moins détaillée mathématiquement que celle d'Einstein, mais plus pragmatique [5].

Les conclusions de ces deux théories voisines seront vérifiées expérimentalement par Jean Perrin [6] en 1908. Pour ce faire, il observa directement, au microscope, le mouvement de 500 particules de gomme gutte calibrées, dont le diamètre était inférieur au millième de millimètre ! Il vérifia ainsi une des propriétés les plus remarquables du mouvement brownien, prédite par Einstein : la distance parcourue en moyenne par une particule pendant un certain intervalle de temps croît comme la racine carrée de la durée de cet intervalle de temps. Il déduira même de ses expériences une mesure du nombre d'Avogadro relativement précise pour l'époque.

Toujours à cette même époque, en 1908, Paul Langevin (1872-1946) proposa un modèle théorique du mouvement brownien plus subtil que le modèle de la marche au hasard de l'homme ivre : il introduisit l'idée que la force exercée par les molécules du fluide environnant sur une particule brownienne pouvait se décomposer en une partie purement aléatoire, et une partie déterministe que l'on peut voir comme une force de friction fluide, proportionnelle à la vitesse relative de la particule par rapport au fluide. Sous cette hypothèse, la vitesse de la particule brownienne obéit à une équation connue sous le nom d'équation de Langevin, dont les solutions seront étudiées plus en détail dans les années trente par Uhlenbeck et Ornstein [7].

Le mouvement brownien, qui naquit de la curiosité d'un botaniste, qui fut ensuite étudié par les physiciens, s'en est allé ensuite conquérir indirectement d'autres domaines de la science comme les mathématiques, la physico-chimie des colloïdes, ou la théorie quantique des champs. Mais l'histoire ne s'arrête pas là...

4 Vers une application à la cosmologie...

La toute première théorie satisfaisante du mouvement brownien fut introduite par A. Einstein, qui, en cette même année 1905, publia aussi sa célèbre théorie de la Relativité restreinte. A cette époque, l'idée d'unir les deux notions pour construire une théorie relativiste du mouvement brownien aurait paru fort saugrenue. En effet, aux températures techniquement réalisables au début du XX^{ème} siècle, les vitesses thermiques des molécules, et *a fortiori* celles de particules browniennes, sont bien trop faibles pour qu'il semble judicieux d'utiliser la théorie de la Relativité restreinte. Qu'en est-il aujourd'hui, à l'aube du XXI^{ème} siècle? Même si des gaz suffisamment chauffés pour présenter des effets relativistes ne sont toujours pas monnaie courante sur Terre, il y a maintenant de multiples bonnes raisons pour vouloir conformer un modèle de mouvement brownien aux principes de la Relativité d'Einstein. Nous ne citerons pas celles, parmi ces raisons, qui nous entraîneraient trop loin de l'esprit de cet article. Nous ne mentionnerons que la motivation d'ordre cosmologique. En effet, nous avons aujourd'hui toutes les raisons de penser que tout modèle cosmologique convenable se doit d'être fondé, au moins partiellement, sur la Relativité Générale. L'étude de la diffusion d'objets massifs localisés (monopoles, cordes cosmiques) dans l'Univers pourrait donc s'envisager à l'aide d'un modèle mathématique de mouvement brownien relativiste. Un tel modèle existe depuis 1996, et a déjà fait l'objet d'études théoriques et numériques menées à l'Ecole Normale Supérieure et à l'Observatoire de la Côte d'Azur [8, 9]. A la différence de son ancêtre galiléen, le mouvement brownien relativiste est décrit par une équation non-linéaire, ce qui en complique sérieusement le traitement mathématique. Cette difficulté nous a conduit, et nous conduira sans doute encore, à avoir recours aux moyens informatiques modernes comme la machine SIVAM, pour aborder certains aspects délicats qui échappent aux méthodes mathématiques purement analytiques.

5 Conclusion

Voici donc comment les facéties d'un grain de pollen ont pu nous conduire 170 ans plus tard, à envisager une nouvelle voie d'étude de certains phénomènes cosmologiques. Entre ces deux extrémités, la route a été longue et la progression difficile, ponctuée d'hypothèses erronées, de fausses routes et de controverses successives. L'avenir du sujet, espérons-le, ne manquera pas d'être à la hauteur de son passé, en nous offrant un éclairage original sur des questions scientifiques d'actualité.

References

- [1] R. Brown, *Phil. Mag.*, **4**:161, 1828, et *Ann. Phys. Chem.*, **14**:294, 1928.
- [2] L. Gouÿ, *J. de Physique (2)*, **7**:561, 1888.
- [3] A. Einstein, *Ann. Phys.* **17**:549 (1905).
- [4] A. Einstein, “*Investigations on the theory of the Brownian movement*”, (Dover, 1956).
- [5] M. Smoluchowski, *Ann. Phys.*, **21**:756, 1906.
- [6] J. Perrin, *Ann. de chim. et de Phys.*, **18**:5, 1909.
- [7] G.E. Uhlenbeck et L.S. Ornstein, *Phys. Rev.*, **36**(3), 1930.
- [8] F. Debbasch, K. Mallick et J.P. Rivet, *J. Stat. Phys.*, **88**(3/4), pp. 945-966, 1997.
- [9] F. Debbasch et J.P. Rivet, “*A diffusion equation from the Relativistic Ornstein-Uhlenbeck Process*”, soumis à *J. Stat. Phys.*, Juin 1997.