ACTIVITÉ 2 L'ère moderne et les lois de Kepler

CORRIGÉ

Exercice 1: La distance des planètes

1.1 - Les planètes internes.

L'angle entre la planète interne et le soleil atteint son maximum lorsque le rayon Terre-planète est tangent à l'orbite, comme représenté dans la Fig. 1 pour Vénus.

Dans le triangle Terre-Vénus-Soleil, il y a donc un angle droit qui va nous permettre de calculer très simplement la distance entre le Soleil et Vénus D_V : $\sin(\alpha) = D_V/D_T$, soit $D_V = \sin(\alpha) * D_T$.

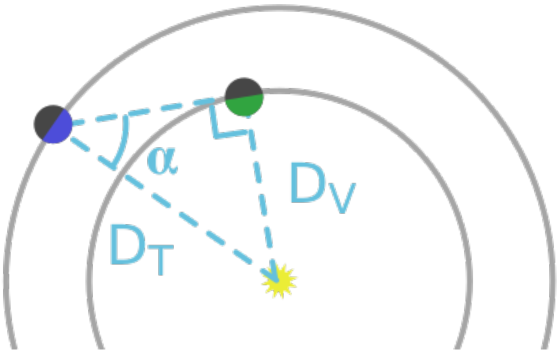

Fig. 1: Schéma de l'élongation maximale de Vénus.

Ainsi, α=46° implique D_V=0.719*D_T, ou encore D_V=0.719 au, où l'unité astronomique (symbole au) représente la distance Terre-Soleil. Ce résultat est remarquable : la distance moyenne de Vénus au Soleil est en effet de 0.72 au !

Dans le cas de Mercure, l'angle maximal varie car l'orbite de Mercure est bien plus excentrique que celle de Vénus (0.206 contre 0.007). Ainsi, suivant la position de Mercure le long de son orbite, elle est plus ou moins éloignée du Soleil, et la séparation maximale avec le soleil n'est donc pas toujours la même.

En prenant l'angle maximal moyen pour Mercure, on trouve $D_M = \sin(\alpha)*D_T = D_M = \sin(20{,}5) *D_T$ = 0.35 au, pour une valeur réelle de 0.39 au. À nouveau, avec de la trigonométrie simple, il est possible de déterminer de nombreuses approximations valides des grandeurs réelles.

1.2 - Les planètes externes.

Nous allons utiliser la même configuration, mais cette fois la Terre jouera le rôle du corps interne. La difficulté est d'une part la détermination précise de l'instant où cette configuration apparaît (on l'appelle la quadrature), et la détermination de l'angle α de la Fig. 1.

Cet angle sera déterminé à partir du nombre de jours **n** écoulés depuis l'opposition (l'instant où les deux planètes sont alignées avec le soleil, et la planète passe au méridien à minuit) à la quadrature (la planète passe au méridien au lever ou coucher de soleil), comme indiqué en Fig. 2, et de la période orbitale des planètes.

Ainsi, les angles γ_T et γ_M sont simplement déterminés par les fractions suivantes :

$$\gamma_T = 360\,(n/P_T) \text{ et } \gamma_M = 360\,(n/P_M),$$

avec **n** le nombre de jours entre l'opposition et la quadrature, et P_T et P_M les périodes orbitales de la Terre et Mars, soit 365 et 687 jours.

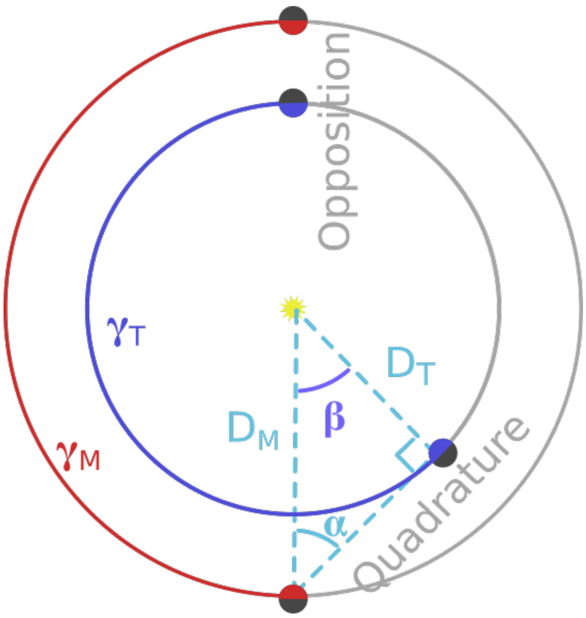

Fig. 2: Détermination de la distance des planètes externes.

Alors, $\beta = \gamma_T - \gamma_M$ et comme $\alpha = 90 - \beta$ (la somme des angles d'un triangle vaut 180°), alors $\alpha = 90 - (\gamma_T - \gamma_M)$.

Planète	Période	n	γ_T	γ_M	β	α	Distance
Mars	687	123	121.2	64.5	56.8	33.2	1.83
Jupiter	4433	87	85.7	7.2	78.5	11.5	5.03
Saturne	10828	88	86.7	2.9	83.8	6.2	9.25

Des résultats qui donnent une très bonne approximation de la distance de ces planètes, dont le demi grand-axe (la « *taille* » de l'orbite qui est elliptique et non circulaire comme on le verra dans l'exercice suivant) vaut 1.52, 5.20, et 9.58 au respectivement.

Exercice 2: La première loi de Kepler

2.1 - Pourquoi Kepler a-t-il précisément choisi ces dates.

Kepler choisit ces dix dates car elles forment cinq paires de dates, séparées par la période obitale de Mars de 687 jours. Ainsi, la position de Mars sur son orbite est rigoureusement la même pour les deux observations, mais la position de la Terre est différente. Ces paires de dates permettent donc de mesurer la position exacte de Mars, par triangulation.

a) **Placer la Terre sur son orbite pour chaque date.** *Voir Fig. 3.*
b) **Tracer la direction dans laquelle Mars est vu depuis la Terre pour chaque date** *Voir Fig. 3.*
c) Identifier cinq positions de Mars sur son orbite. *Voir Fig. 3.*

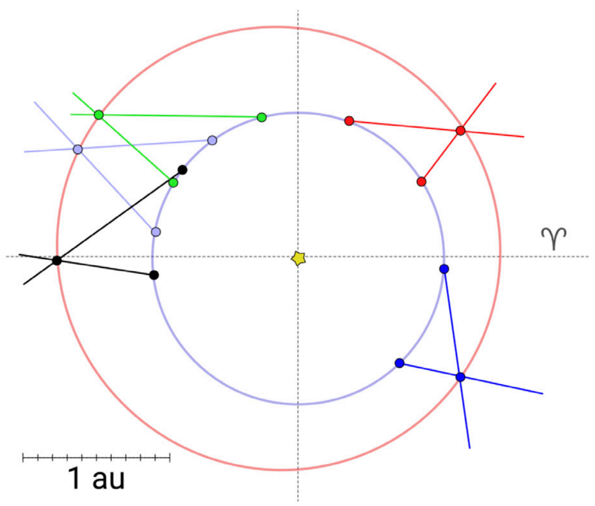

Fig. 3: Positions de Mars au cours de son orbite.

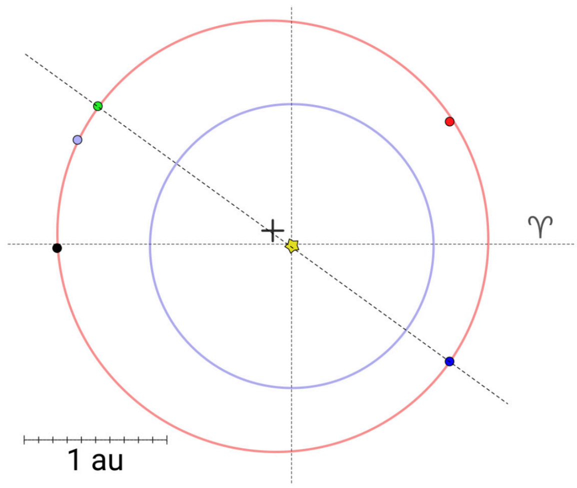

Fig. 4: Position du «centre» de l'orbite de Mars.

2.2 - La distance entre Mars et le soleil est-elle constante au cours de l'orbite ?

Clairement non. Mars est bien plus proche du soleil autour de 300° de longitude écliptique qu'autour de 150o, tel que visible sur la Fig. 3.

2.3 - Forme de l'orbite de Mars.

Deux positions de Mars sont par chance diamètralement opposées par rapport au Soleil et nous permettent de mesurer le « rayon » de l'orbite de Mars.

a) **Tracer le « centre » de l'orbite de Mars, équidistant à toutes les positions de Mars.** *Voir Fig. 4.*

***b)* En quoi la position de ce centre est-elle remarquable ?**

Le centre de l'orbite ne se situe pas sur le soleil mais au milieu de nulle part, ce qui semble extrêmement étrange !

Ici, Kepler a reconnu la forme de l'orbite : une ellipse faiblement excentrique est en effet très similaire géométriquement à un cercle dont le centre est légèrement décalé de ses foyers. Le rayon que nous venons de mesurer est donc une approximation : la « taille » des orbites est en toute rigueur donnée par le demi-grand axe de l'ellipse.

C'était un changement de paradigme très fort, passer de la perfection des cercles (« la musique des sphères ») aux ellipses. Néanmoins, si la description des orbites était bien plus simples dans le modèle héliocentrique avec les trois lois de Kepler que dans le modèle géocentrique et les épicyles de Ptolémée, ce n'était pas une raison forte de préférer un modèle à l'autre.

L'observation par Galilée des phases de Vénus apporta la preuve par l'observation de l'héliocentrisme. Ainsi que le montre la Fig. 5, si Vénus tourne autour du soleil, alors toutes ses phases doivent être observables, en particulier la « pleine Vénus ». En revanche, dans l'hypothèse géocentrique et des épycicles, Vénus étant toujours entre le soleil et la Terre, seul des croissants peuvent être observés.

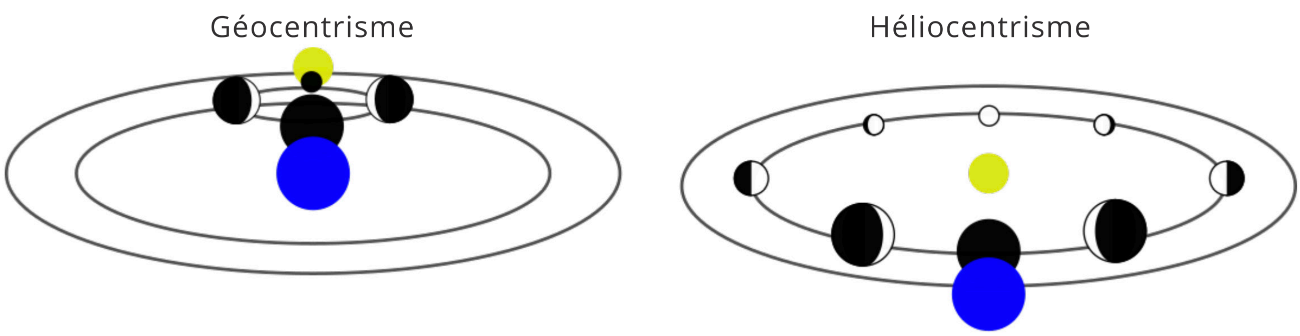

Fig. 5: Les phases de Vénus dans les modèles géocentrique et héliocentrique.